

Л.А.Синицький, доктор техн. наук, І.В.Смаль

Синтез генераторів релаксаційних коливань з заданою формою імпульсу

Синтез релаксаційних генераторів із заданою формою імпульсу має велике значення для вирішення різноманітних проблем радіоелектроніки. Останнім часом для моделювання процесів у біологічних системах такий підхід також є плідним.

Математична модель генератора релаксаційних коливань з одним ступенем вільності має вигляд

$$\begin{aligned}\varepsilon \frac{dx}{dt} &= f(x, y), \\ \frac{dy}{dt} &= g(x, y),\end{aligned}\tag{1}$$

де параметр ε задовольняє умову: $0 < \varepsilon \ll 1$. Цей клас рівнянь ґрунтовно досліджений у [1-3]

Згідно з результатами, які отримав А.М. Тихонов, рух на повільних ділянках можна описати системою рівнянь:

$$\frac{dy}{dt} = g(x, y), \quad f(x, y) = 0.\tag{2}$$

Значення x у першому з рівнянь (2) знаходимо з розв'язку другого рівняння. Для рівнянь релаксаційних генераторів цей розв'язок не єдиний: існує декілька ділянок повільних рухів. Елементарна теорія релаксаційних генераторів ґрунтується на тому, що перехід від однієї з повільних ділянок до іншої є миттєвим при сталому значенні змінної $y(t)$.

Інформація про форму і тривалість імпульсу, які визначаються характером зміни $x(t)$, при цьому цілковито втрачається, тому що координата $x(t)$ змінюється стрибком. У разі такого підходу залишається невизначеним вплив на процес параметра ε та умови, за яких можна нехтувати тривалістю перехідного процесу порівняно з періодом коливань.

Строга теорія генератора, яка враховує характер руху на швидкій ділянці та уточнює рух на повільній ділянці, якщо ε має скінченне значення, побудована в [2] на основі результатів досліджень А.М. Тихонова і А.Б.Васильєвої. Однак використання її для розв'язання прикладних задач є надзвичайно складним. Тому доцільно розглянути простіші підходи для вивчення впливу ε на характер ділянки швидких рухів. Нижче це зроблено для рівняння Ван-дер-Поля і у більш загальних випадках. Дана оцінка припустимості такого підходу залежно від значення ε .

Існує також можливість для отримання точних співвідношень при використанні кусково-лінійної апроксимації нелінійностей, що входять у рівняння (1). Далі описані ці два підходи до синтезу коливань заданої форми.

Розглянемо узагальнене рівняння Ван-дер-Поля:

$$\ddot{x} + \mu f(x)\dot{x} + x = 0 \quad (3)$$

для якого приймаємо $\mu \gg 1$. Якщо ввести функцію $F(x) = \int_0^x f(z)dz$, то (3) зводиться до системи (1):

$$\varepsilon \frac{dx}{d\theta} = -F(x) + y, \quad \frac{dy}{d\theta} = -x, \quad (4)$$

де $\varepsilon = \frac{1}{\mu^2}$, $\theta = \frac{t}{\mu}$. Відомо [4], що рівняння (3) має принаймні один періодичний розв'язок, якщо

- а) $f(x) < 0$ на (δ_1, δ_2) , причому $\delta_1 < 0 < \delta_2$, $f(x) > 0$ на $(-\infty, \delta_1)$ і на $(\delta_2, +\infty)$;
- б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = +\infty$.

За накладених умов на $f(x)$ функція $F(x)$ має вигляд, як подано на рис.1.

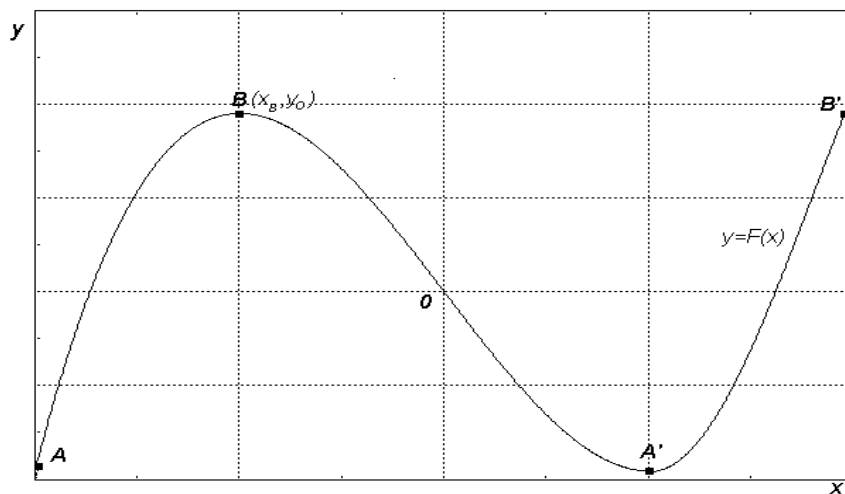


Рис 1. Графік функції $y = F(x)$.

Повільні рухи описуються рівнянням $y = F(x)$: це рухи вздовж ділянок AB і A'B' (див. Рис. 1). Якщо застосувати гіпотезу про стрибок, рух від B до B' і від A до A' є миттєвим, що, як зазначено вище, не дає змоги оцінити тривалість та форму імпульсу.

Для дослідження форми і тривалості імпульсу у першому наближенні приймаємо, що координата y під час переходу від однієї ділянки повільних рухів до іншої залишається сталою, яка дорівнює $F(x_B)$ або $F(x_{A'})$. Тоді перше рівняння системи (4) набуває вигляду

$$\varepsilon \frac{dx}{d\theta} = F(x_B) - F(x), \quad \text{або} \quad (5)$$

$$\varepsilon \frac{dx}{d\theta} = F(x_{A'}) - F(x). \quad (5a)$$

Оскільки у точці x_B похідна $x' = 0$, для розрахунку $x(t)$ на швидкій ділянці приймаємо, що початкове значення x в рівнянні (5) $x = x_B + \delta$, де δ - мала величина.

Синтез коливань необхідної форми будемо здійснювати за рахунок вибору $f(x)$, а тривалість імпульсу - за рахунок μ . Форма імпульсу визначається похідною $x' = \frac{dx}{d\theta}$.

Домовимось синтезований імпульс характеризувати такими параметрами: гострота імпульсу (відношення ширини імпульсу на рівні $|\dot{x}| = 0.1|\dot{x}|_{\max}$ до ширини на рівні $|\dot{x}| = 0.5|\dot{x}|_{\max}$) і несиметрія імпульсу γ , ($\gamma = \frac{\theta_l}{\theta_r}$, де θ_l - час протягом якого значення x' змінюється від $0.1x'_{\max}$ до x'_{\max} для переднього фронту і відповідно θ_r - для заднього фронту).

Точність розрахунку при використанні рівняння (5) для генератора Ван-дер-Поля, тобто при $f(x) = x^2 - 1$ визначали, порівнюючи з чисельним розрахунком при досить малому кроці інтегрування. Розрахунок за співвідношенням (5) дає: $|x'|_{\max} = \frac{4}{3\varepsilon}$, ширина імпульсу на рівні $|\dot{x}| = 0.5|\dot{x}|_{\max}$ дорівнює $2\theta_{0.5} \approx 1.65\varepsilon$; тривалість імпульсу на рівні $|\dot{x}| = 0.1|\dot{x}|_{\max}$ $\theta_{0.1} \approx 4.25\varepsilon$, гострота імпульсу ≈ 2.57 , $\gamma = 2.21$. Для $\mu > 100$ форма імпульсу відрізняється менш ніж на 1%; таке саме значення похибки у тривалості імпульсу, якщо його відраховувати від значень x у проміжку $+0.9 \dots -1.9$. Таке саме порівняння виконане для $\mu = 20$ і $\mu = 5$.

Для $\mu = 20$ форма імпульсу практично збігається з точним розв'язком. Єдина відмінність – із переходом x від $+1.0$ до -2.0 імпульс зсувається у всіх точках у додатному напрямі на $\sim 3\%$ максимального значення. Однак тривалість імпульсу змінюється дуже суттєво. Розрахунок за співвідношенням (5) дає збільшення тривалості приблизно на 20%. Досить велика похибка у тривалості імпульсу зумовлена початковою ділянкою, де швидкість зміни координати x , згідно з рівнянням (5), є дуже малою. Для $\mu = 5$ імпульс зсувається $\sim 13\%$ від максимального значення, а тривалість збільшується аж на 90%.

Таким чином, можна вважати, що зроблені припущення дають змогу отримати задовільні результати для значень $\mu > 5$.

Подальше уточнення розв'язку при $\mu > 5$ за результатами [2] не є доцільним, тому що отримані результати у всіх відношеннях є задовільними. Можливо, в деяких випадках для

уточнення розрахунку на початковій ділянці, можна скористатись результатами [2] для визначення y_0 , які для $\mu > 5$ дають значення $y_0 = F(x_B) + 2.34\mu^{-4/3}$.

Розглянемо процедуру синтезу форми імпульсу для загального випадку. Згідно з рівнянням (5) імпульс формується на ділянці, якщо значення y у першому наближенні є постійним. Тоді задача синтезу зводиться до знаходження вигляду функції $F(x)$, яка для першого рівняння (4) забезпечує задане значення $x(t)$. Це рівняння

$$\varepsilon \frac{dx}{d\theta} = F(x_B) - F(x), \quad (6)$$

де $F(x_B) = y_0$, інтегрується при початковій умові $\theta = 0, x = x_B$. Якщо побудувати цю функцію на відрізку $[x_B, x_B]$ для додатного імпульсу та на відрізку $[x_A, x_A]$ - для від'ємного, то значення $F(x)$ на відрізку $[x_A, x_B]$ повинні збігатися при процедурі синтезу.

Розглянемо декілька прикладів, що пояснюють процедуру синтезу.

Форма імпульсу визначається похідною x' , причому на початку і в кінці імпульсу приймаємо $x' = 0$. Тоді для знаходження $F(x)$ зручно задати $x(\theta)$, що забезпечує необхідну форму імпульсу, а потім синтезувати $F(x)$, яка задовольняє рівняння (6).

Для однополярного імпульсу $x' = \varphi(\theta)$ змінна $x(\theta)$ є монотонно зростаючою функцією, тому залежність $\theta(x)$ є однозначною. Тоді для знаходження необхідної характеристики $F(x)$, якщо задано функцію $x'(\theta)$, можна скористатись співвідношенням:

$$F(x) = -\varepsilon \frac{dx}{d\theta} + F(x_B) = -\varepsilon \varphi[\theta(x)] + F(x_B).$$

Наведемо приклади, що приводять до x' у вигляді імпульсу:

$$x(\theta) = \operatorname{arctg} \frac{\theta}{\varepsilon} + a,$$

$$x(\theta) = t\theta \frac{\theta}{\varepsilon} + a.$$

У першому випадку $\frac{dx}{d\theta} = \frac{1}{\varepsilon(1 + \frac{\theta^2}{\varepsilon^2})}$. Для визначення $F(x)$ зауважимо, що

$$\cos^2(x - a) = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2(x - a)} = \frac{1}{1 + \frac{\theta^2}{\varepsilon^2}} = \varepsilon \frac{dx}{d\theta}.$$

Тоді $F(x) = -\cos^2(x - a)$, і крива $y = F(x)$ це $y = -\cos^2(x - a)$. Стала величина a вибирається таким чином, щоб система (4) мала тільки нестійкий стан рівноваги.

Синтезований імпульс має такі характеристики $\left(\frac{dx}{d\theta}\right)_{MAX} = \frac{1}{\varepsilon}$, ширина імпульсу на рівні $|x'| = 0.5|x'|_{max}$ дорівнює $2\theta_u = 2\varepsilon$; тривалість імпульсу $\theta_3 \approx 6\varepsilon$, гострота імпульсу ≈ 3 , $\gamma = 1$.

Аналогічно для другого прикладу отримуємо $F(x) = 1 - (x - a)^2$, а імпульс має форму

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{1}{\varepsilon ch^2 \frac{\theta}{\varepsilon}}.$$

Максимум $x'(\theta)$ при $\theta = 0$ дорівнює $\frac{1}{\varepsilon}$, а його ширина на рівні $|x'| = 0.5|x'|_{max}$ дорівнює $2\theta_u = 1.74\varepsilon$, тривалість імпульсу $\theta_3 \approx 3.6\varepsilon$, гострота імпульсу ≈ 2.07 , $\gamma = 1$.

Використання функції $F(x) = 1 - (x - a)^2$ в системі (4) не забезпечує періодичного режиму. Для того, щоб система (4) мала єдиний граничний цикл на фазовій площині (x, y) і генерувала симетричні імпульси, форма яких збігається з формою імпульсу розглянутого в другому прикладі, потрібно використати в (4) замість функції $F(x)$ функцію $F(x, y)$:

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \leq -1 + c \\ (x - c)^2 - (1 - c)^2, & -1 + c < x < 1, \quad y > 0, \\ 1 - x^2, & -1 + c < x < 1, \quad y < 0, \\ (x - c)^2 - (1 - c)^2, & x \geq 1 \end{cases} \quad (6a)$$

де $0 < c < 1$. Період коливань при виконанні (6a) рівний $T \approx 4c + 7.2\varepsilon$.

Можна вважати, що ці два приклади розв'язують проблему синтезу для випадку, коли додатний і від'ємний імпульси є однаковими, а їх форма симетрична щодо центра.

Розглянемо синтез несиметричного імпульсу. З цією метою приймаємо

$$x(\theta) = th\varphi(\theta) + a,$$

причому вибір функції $\varphi(\theta)$ спрямований на створення необхідної асиметрії. У цьому випадку

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{1}{ch^2\varphi(\theta)}\varphi'(\theta) = (1 - (x - a)^2)\varphi'(\theta).$$

Крім цього для отримання рівняння (7) у простій формі потрібно, щоб $\varphi'(\theta)$ виражалось нескладною залежністю від x . Якщо прийняти $\varphi(\theta)$ у вигляді

$$\varphi(\theta) = A\left(e^{\frac{\theta}{\tau\varepsilon}} - 1\right), \quad \text{то}$$

$$\varphi'(\theta) = \frac{A}{\varepsilon\tau} e^{\theta/\varepsilon\tau} = \frac{A}{\varepsilon\tau} \left(\frac{\varphi(\theta)}{A} + 1 \right) = \frac{A}{\varepsilon\tau} \left(\frac{1}{A} \operatorname{arcthx} + 1 \right)$$

Тоді маємо, за умови, що $|x| < 1$

$$\varepsilon \frac{dx}{d\theta} = \frac{A}{\tau} (1-x^2) \left(\frac{1}{2A} \ln \frac{1-x}{1+x} + 1 \right)$$

Форма імпульсу

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{Ae^{\theta/\varepsilon\tau}}{\varepsilon\tau ch^2(A(e^{\theta/\varepsilon\tau} - 1))}$$

Амплітуда x'_{\max} зменшується при спаданні A . Положення максимуму x'_{\max} залежить від значення A і зміщується, починаючи від значення $x'_{\max} = \frac{A}{\tau\varepsilon}$ при $\theta_{\max} = 0$, і $A > 5$, в бік зростання θ при зменшенні A . Наприклад при $A = 0.1$ $x'_{\max} = \frac{0.51}{\tau\varepsilon}$ при $\theta_{\max} = 2.1\tau\varepsilon$. Несиметрія зникає при $A > 5$, а для менших значень A ступінь несиметрії майже не змінюється і дорівнює $\gamma \approx 2$.

Наведена методика дослідження форми імпульсу дає змогу за допомогою відповідного вибору характеристики нелінійності синтезувати імпульси різноманітної форми. Проте слід зазначити, що у рамках припущення про велике значення μ синтез можливий для імпульсів з дуже великою шпаруватістю. Це є наслідком того, що час руху на повільній ділянці $\sim \text{const}$, а тривалість імпульсу $\sim \varepsilon$. Тому шпаруватість виявляється обернено пропорційною до ε . Для досягнення шпаруватості < 10 потрібно зменшувати μ до значення ~ 5 .

У даній статті для синтезу коливань з меншою шпаруватістю, тобто для не дуже великих μ застосований дещо інший підхід: досліджується кусково-постійна функція $f(x)$, яка уможливує отримання точного розв'язку. Приймаємо

$$f(x) = \begin{cases} f_1 & x > x_0, \\ -1 & |x| < x_0, \\ f_{-1} & x < -x_0. \end{cases}$$

Тоді $F(x)$ є кусково-лінійною функцією, рівняння якої визначаються на окремих ділянках за умови $F(0) = 0$ таким чином

$$F(x) = \begin{cases} f_1 \cdot (x - x_0) - x_0, & x > x_0, \\ -x, & |x| < x_0, \\ f_{-1} \cdot (x + x_0) + x_0, & x < -x_0. \end{cases}$$

Завдяки кусково-лінійній апроксимації можемо записати аналітичний розв'язок на ділянках повільних і швидких рухів.

Для першої ділянки при $x > x_0$ якщо вилучити зі системи (4) змінну y , маємо:

$$\frac{1}{\mu^2} \frac{d^2 x}{d\theta^2} + f_1 \frac{dx}{d\theta} + x = 0. \quad (7)$$

Корені характеристичного рівняння для (7)

$$p_{1,2} = [-f_1 \pm \sqrt{f_1^2 - \frac{4}{\mu^2}}] \frac{\mu^2}{2}.$$

При $\mu \gg 1$ $p_2 \cong -f_1 \mu^2$, $p_1 \cong -\frac{1}{f_1}$.

Тоді розв'язок на першій ділянці має вигляд

$$x(\theta) = b_1 e^{-\theta/f_1} + b_2 e^{-\mu^2 f_1 \theta}.$$

Довільні сталі визначаємо з початкових умов $\theta = 0$, $x(0) = x_0$, $x'(0) = v_0$. Величину v_0 далі визначаємо з умови періодичності. Тоді отримуємо

$$x(\theta) = \frac{x_0 \mu^2 f_1^2 + v_0 f_1}{\mu^2 f_1^2 - 1} e^{-\theta/f_1} - \frac{x_0 + v_0 f_1}{\mu^2 f_1^2 - 1} e^{-\mu^2 f_1 \theta}.$$

Якщо вважати, що другий доданок внаслідок того, що $\mu^2 f_1^2 \gg 1$, у кінці першої ділянки, при $x = x_0$ зникає, то завершення руху по першій ділянці визначається рівністю

$$\theta_1 = f_1 \ln \frac{\mu^2 f_1^2 + \frac{v_0 f_1}{x_0}}{\mu^2 f_1^2 - 1}.$$

Значення y в точці θ_1 дорівнює

$$y = -(1 + \varepsilon \frac{1}{f_1}) x_0, \quad \text{а} \quad x'(\theta_1) = -\frac{x_0}{f_1}.$$

Розв'язок на другій ділянці при $|x| < x_0$, $x' < 0$, та третій і четвертій ділянках відповідно при $x < -x_0$ і $|x| < x_0$, $x' > 0$, знаходимо аналогічно. У результаті отримуємо, що $v_0 \cong 2\mu^2 x_0$.

Для періоду коливань маємо

$$T = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4,$$

$$\begin{aligned} \theta_1 &= f_1 \ln \frac{\mu^2 f_1^2 + 2\mu^2 f_1}{\mu^2 f_1^2 - 1}, & \theta_2 &= \frac{1}{\mu^2} \ln \frac{2\mu^2 f_1 + 1 - f_1}{1 + f_1}, \\ \theta_3 &= f_{-1} \ln \frac{\mu^2 f_{-1}^2 + 2\mu^2 f_{-1}}{\mu^2 f_{-1}^2 - 1}, & \theta_4 &= \frac{1}{\mu^2} \ln \frac{2\mu^2 + 1 - f_{-1}}{1 + f_{-1}}. \end{aligned}$$

Форма імпульсів, які генерує дана система, визначається функціями x' . Імпульси формуються на другій ділянці та частині третьої ділянки (від'ємний імпульс), а також на четвертій ділянці та частині першої ділянки (додатний імпульс):

$$\left\{ \begin{array}{l} x'(\theta) = \frac{x_0}{\mu^2 - 1} \left[-\mu^2 \left(1 + \frac{1}{f_1}\right) e^{\mu^2 \theta} + \left(\mu^2 + \frac{1}{f_1}\right) e^{\theta} \right], \quad 0 \leq \theta \leq \theta_2 \\ x'(\theta) = \frac{x_0}{\mu^2 f_{-1}^2 - 1} \left[\mu^2 (f_{-1} + 2) e^{-\theta/f_{-1}} - \mu^2 f_{-1} (1 + 2\mu^2 f_{-1}) e^{-\mu^2 f_{-1} \theta} \right] \quad 0 \leq \theta \leq \theta_{2e} \end{array} \right\},$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x'(\theta) = \frac{x_0}{\mu^2 - 1} \left[\mu^2 \left(1 + \frac{1}{f_{-1}}\right) e^{\mu^2 \theta} - \left(\mu^2 + \frac{1}{f_{-1}}\right) e^{\theta} \right], \quad 0 \leq \theta \leq \theta_4 \\ x'(\theta) = \frac{x_0}{\mu^2 f_1^2 - 1} \left[-\mu^2 (f_1 + 2) e^{-\theta/f_1} + \mu^2 f_1 (1 + 2\mu^2 f_1) e^{-\mu^2 f_1 \theta} \right] \quad 0 \leq \theta \leq \theta_{1e} \end{array} \right\},$$

де θ_{1e} і θ_{2e} визначаються з умови $x' = 0$ на відповідних ділянках:

$$\theta_{1e} = \frac{1}{\mu^2 f_1 - 1/f_1} \ln \frac{f_1(1 + 2\mu^2 f_1)}{f_1 + 2},$$

$$\theta_{2e} = \frac{1}{\mu^2 f_{-1} - 1/f_{-1}} \ln \frac{f_{-1}(1 + 2\mu^2 f_{-1})}{f_{-1} + 2}.$$

На другій ділянці імпульс x' монотонно спадає від значення $-\frac{x_0}{f_1}$ до $-2\mu^2 x_0$, а на третій ділянці - зростає до нуля. Аналогічно додатний імпульс монотонно зростає на четвертій ділянці від значення $\frac{x_0}{f_{-1}}$ до $2\mu^2 x_0$ і спадає до нуля на першій ділянці. Форма імпульсів подана на рис 2.

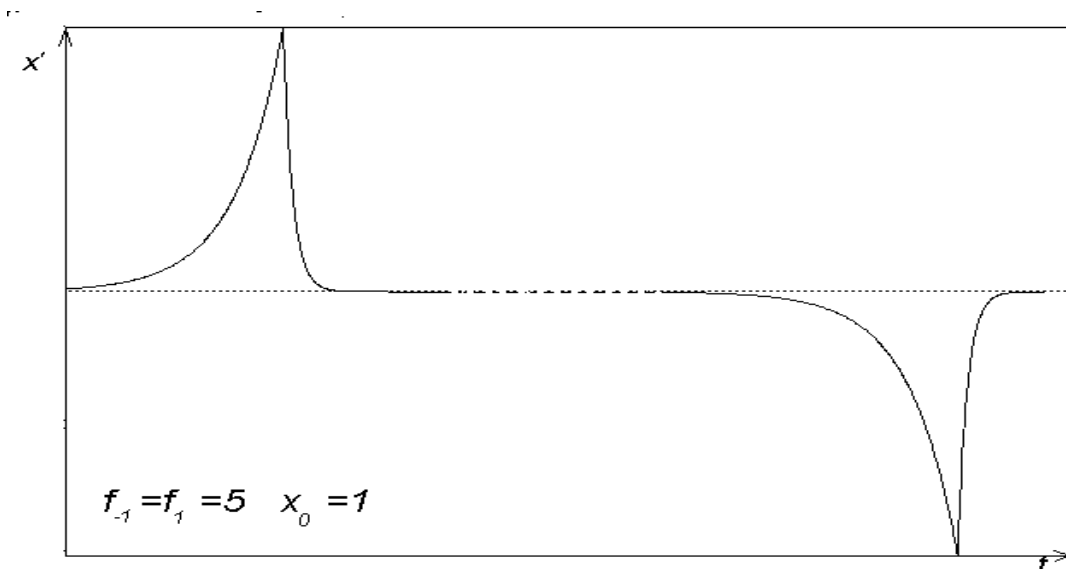


Рис. 2

Форма імпульсів, які генерує система (4) при використанні кусково-лінійної функції $F(x)$,

Ступінь несиметрії імпульсів визначається значеннями f_1 і f_{-1} . У першому наближенні, якщо нехтувати малою відмінністю значень логарифмів у виразах для тривалостей θ_4 і θ_{1e} (θ_2 і θ_{2e}) відношення часу зростання додатного імпульсу до часу спадання дорівнює f_1 . Аналогічно для від'ємного імпульсу це співвідношення дорівнює f_{-1} . Таким чином, існує можливість обирати ступінь несиметрії незалежно для кожного з імпульсів і змінювати цю величину у широких межах.

Модель, яка розглядалась досі, не дає змоги отримати величини амплітуд додатного і від'ємного імпульсів різних значень. Щоб позбутися цього у рівнянні (3), функція $f(x)$ має залежати від похідної x' , точніше від її знака. Тоді перехід до системи (4) виявляється неможливим. Тому це зроблено для випадку кусково-лінійної апроксимації.

Для зміни амплітуди і тривалості додатного і від'ємного імпульсів можна використати замість $f(x)$ іншу функцію $f(x, x')$:

$$f(x, x') = \begin{cases} f_1 & , \quad x > x_0, \\ -f_{01} & , \quad |x| < x_0, x' < 0, \\ -f_{02} & , \quad |x| < x_0, x' > 0, \\ f_{-1} & , \quad x < -x_0. \end{cases}$$

Тоді для форми імпульсів отримаємо

$$\begin{cases} x'(\theta) = \frac{x_0}{\mu^2 f_{01}^2 - 1} \left[-\mu^2 f_{01} \left(1 + \frac{f_{01}}{f_1}\right) e^{\mu^2 f_{01} \theta} + \frac{1}{f_{01}} (\mu^2 f_{01}^2 + \frac{f_{01}}{f_1}) e^{\theta / f_{01}} \right], & 0 \leq \theta \leq \theta_2, \\ x'(\theta) = \frac{x_0}{\mu^2 f_{-1}^2 - 1} \left[\mu^2 (f_{-1} + 2f_{01}) e^{-\theta / f_{-1}} - \mu^2 f_{-1} (1 + 2\mu^2 f_{-1} f_{01}) e^{-\mu^2 f_{-1} \theta} \right] & 0 \leq \theta \leq \theta_{2e}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x'(\theta) = \frac{x_0}{\mu^2 f_{02}^2 - 1} \left[\mu^2 f_{02} \left(1 + \frac{f_{02}}{f_{-1}}\right) e^{\mu^2 f_{02} \theta} - \frac{1}{f_{02}} (\mu^2 f_{02}^2 + \frac{f_{02}}{f_{-1}}) e^{\theta / f_{02}} \right], & 0 \leq \theta \leq \theta_4, \\ x'(\theta) = \frac{x_0}{\mu^2 f_1^2 - 1} \left[-\mu^2 (f_1 + 2f_{02}) e^{-\theta / f_1} + \mu^2 f_1 (1 + 2\mu^2 f_1 f_{02}) e^{-\mu^2 f_1 \theta} \right] & 0 \leq \theta \leq \theta_{1e}. \end{cases}$$

При використанні $f(x, x')$ на другій ділянці імпульс монотонно спадає від значення $-\frac{x_0}{f_1}$ до $-2\mu^2 f_{01} x_0$, а на третій ділянці - зростає до нуля. Аналогічно додатний імпульс монотонно зростає на четвертій ділянці від значення $\frac{x_0}{f_{-1}}$ до $2\mu^2 f_{02} x_0$ і спадає до нуля на першій ділянці.

Таким чином залежно від вибору співвідношення $\frac{f_{01}}{f_{02}}$ отримуємо те чи інше значення амплітуди додатного та від'ємного імпульсів.

Запропонована методика синтезу форми коливань релаксаційного генератора дає змогу отримати імпульсну генерацію із заданим співвідношенням тривалості імпульсів, їхніх амплітуд та характером зміни під час генерації.

Подальші дослідження потребують поширення методики на генерацію декількох імпульсів на одному періоді та можливості зміни їх шпаруватості у ширших межах.

Література

1. Васильева А.В., Бутузов В.Ф. “ Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений”, “Наука”, М., 1973
2. Мищенко Е.Ф., Розов Н.Х. “ Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания”, “Наука”, М., 1975
3. Дородницын А.А. “ Асимптотическое решение уравнения Ван-дер-Поля “, Прикл. матем. и механ. , 11, №3 (1947), 313-328
4. Рейссиг Р., Сансоне Г., Конти Р. “ Качественная теория нелинейных дифференциальных уравнений ”, “Наука”, М., 1974